

Банк заданий для 7 класса по геометрии

по УМК Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С., и др.,

Глава 1. Простейшие геометрические фигуры и их свойства.

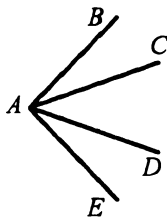
Задания обязательного уровня

1. Точка D лежит между точками K и F. Найдите неизвестное третье расстояние между данными точками, если $KD = 2,7$ см, $DF = 11,6$ см.
2. Точка C лежит между точками A и B. Найдите неизвестное третье расстояние между данными точками, если $AB = 12,6$ см, $CB = 14,4$ см.
3. Может ли точка A лежать между точками B и C, если $AB = 3,6$ см, $BC = 8,3$ см, $AC = 4,7$ см? Ответ обоснуйте.
4. Может ли точка E лежать между точками D и F, если $DE = 6,4$ см, $EF = 3,9$ см, $DF = 9,3$ см? Ответ обоснуйте.
5. Точка M принадлежит отрезку KE, длина которого равна 9 см. Определите длину отрезка MK и KE, если:
 - 1) длина отрезка MK на 0,6 см меньше длины отрезка ME;
 - 2) длина отрезка MK в 3 раза больше длины отрезка ME;
 - 3) $KM : ME = 2 : 7$.
6. Точка C принадлежит отрезку AB, длина которого равна 8 см. Определите длину отрезка AC и BC, если:
 - 1) длина отрезка AC на 0,4 см, больше длины отрезка BC;
 - 2) длина отрезка AC в 4 раза больше длины отрезка BC;
 - 3) $AC : BC = 7 : 1$.
7. Точки A, B и C лежат на одной прямой. Найдите расстояние между точками B и C, если $AB = 2,7$ см, $AC = 6,4$ см. Сколько решений имеет задача?
8. Точки K, P и T лежат на одной прямой. Найдите расстояние между точками P и T, если $KP = 4,9$ см, $KT = 5,4$ см. Сколько решений имеет задача?
9. Луч OB проходит между сторонами угла AOC. Найдите градусную меру угла AOC, если $\angle AOB = 48^\circ$, $\angle BOC = 34^\circ$.
10. Луч AD проходит между сторонами угла CAE. Найдите градусную меру угла CAE, если $\angle CAD = 39^\circ$, $\angle DAE = 63^\circ$.
11. Один из смежных углов 67° . Найдите другой смежный угол. Один из смежных углов 29° . Найдите другой смежный угол.
12. Один из смежных углов в 4 раза больше другого. Найдите смежные углы.
13. Один из смежных углов в 5 раза больше другого. Найдите смежные углы.

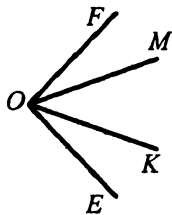
14. Разность смежных углов равна 88° . Найдите смежные углы.
15. Разность смежных углов равна 134° . Найдите смежные углы.
16. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как $5 : 7$.
17. Найдите смежные углы, если их градусные меры относятся как $4 : 5$.
18. При пересечении двух прямых один из углов равен 136° . Найдите образовавшиеся острые углы.
19. При пересечении двух прямых один из углов равен 115° . Найдите образовавшиеся острые углы.

Задания повышенного уровня

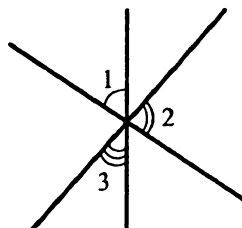
18. Луч DC проходит между сторонами угла ADK . Луч DM - биссектриса угла ADC , луч DP - биссектриса угла CDK . Найдите угол ADK , если $\angle MDP = 82^\circ$.
19. Луч OC проходит между сторонами угла AOE . Луч OB - биссектриса угла AOC , луч OD - биссектриса угла COE . Найдите угол BOD , если $\angle AOE = 144^\circ$.
20. Углы BAC и DAE равны (рис.). Докажите, что углы BAD и CAE также равны.



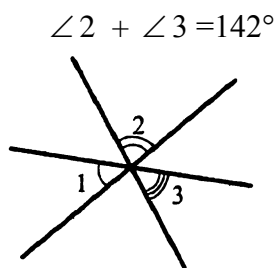
21. Углы FOK и MOE равны (рис.). Докажите, что углы FOM и KOE также равны.



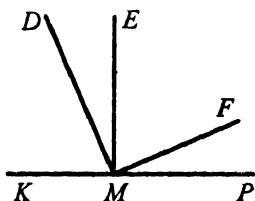
22. Найдите все неразвернутые углы, образованные при пересечении двух прямых, если сумма двух из них равна 220° .
23. Найдите все неразвернутые углы, образованные при пересечении двух прямых, если сумма двух из них равна 84° .
24. Три прямые пересекаются в одной точке (рис.). Найдите сумму углов 1 и 2, если $\angle 3 = 31^\circ$.



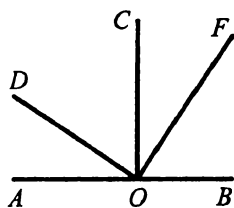
25. Три прямые пересекаются в одной точке (рис.). Найдите угол 1, если



26. На рисунке $\angle KMD = \angle EMF$, $\angle DME = \angle FMP$. Докажите, что $DM \perp MF$.



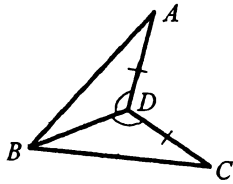
27. На рисунке $\angle AOD = \angle COF$, $\angle DOC = \angle BOF$. Докажите, что $OC \perp AB$.



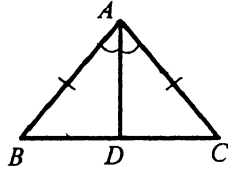
Глава 2. Треугольники

Задания обязательного уровня

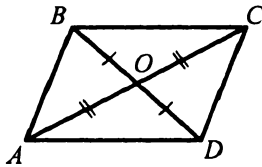
1. Треугольники MNP и AKT равны, причем углы M и A , P и T соответственные. Найдите сторону AK и угол N , если $\angle K = 60^\circ$, $MN = 32$ см.
2. Треугольники OCT и MNP равны, причем стороны OT и MN и углы O и N соответственные. Найдите сторону MP и угол T , если $ST = 7$ дм, $\angle M = 15^\circ$.
3. Одна сторона треугольника равна 38 см, вторая на 19 см меньше первой, а третья сторона в 2 раза больше второй. Найдите периметр треугольника
4. Одна сторона треугольника равна 32 см, вторая сторона в 2 раза меньше первой, а третья сторона на 19 см больше второй. Найдите периметр треугольника.
5. Докажите равенство треугольников ABD и CBD (на рисунке), если $AD = DC$ и $\angle ADB = \angle CDB$.



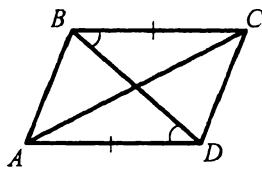
6. Докажите равенство треугольников ABD и ACD (на рисунке), если $AB = AC$ и $\angle BAD = \angle CAD$.



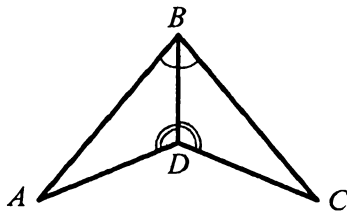
7. Докажите равенство треугольников COD и AOD (на рисунке), если $AO = OC$ и $BO = OD$.



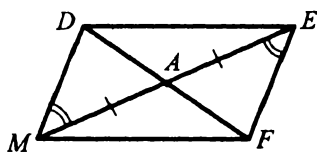
8. Докажите равенство треугольников ABD и CDB (на рисунке), если $AD = BC$ и $\angle ADB = \angle CBD$.



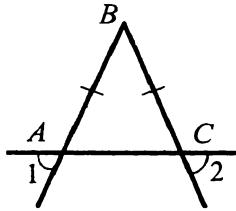
9. Докажите равенство треугольников ABD и CDB (на рисунке), если $\angle ADB = \angle CDB$ и $\angle ABD = \angle CBD$.



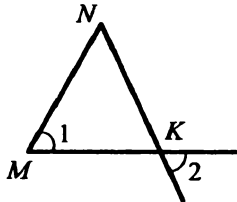
10. Докажите равенство треугольников ADM и AFE (на рисунке), если $AM = AE$ и $\angle DMA = \angle FEA$.



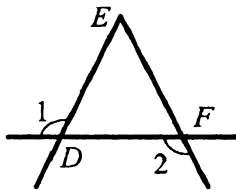
11. Периметр равнобедренного треугольника равен 12 см, боковая сторона - 5 см.
Найдите его основание.
12. Периметр равнобедренного треугольника равен 37 см, боковая сторона - 11 см.
Найдите его основание.
13. Периметр равнобедренного треугольника равен 19 см, а основание - 7 см.
Найдите боковые стороны.
14. Периметр равнобедренного треугольника равен 26 см, основание - 8 см.
Найдите боковые стороны.
15. На рисунке $AB = BC$. Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.



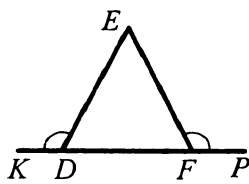
16. На рисунке $MN = NK$. Докажите, что $\angle 1 = \angle 2$.



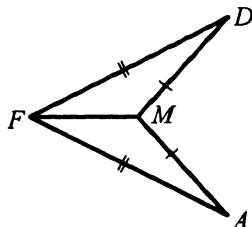
17. На рисунке $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $DE = EF$.



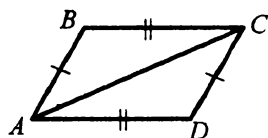
18. На рисунке $\angle KDE = \angle EFP$. Докажите, что $ED = EF$.



19. На рисунке $AM = MD$ и $AF = FD$. Докажите, что $\triangle AMF = \triangle DMF$



20. На рисунке $AB = CD$ и $BC = AD$. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle CDA$.

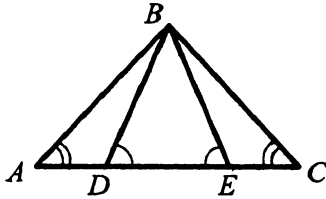


Задания повышенного уровня

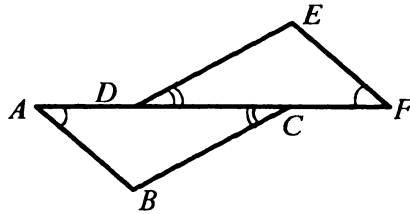
21. Одна сторона треугольника в 3 раза меньше второй и на 23 см меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 108 см.

22. Одна сторона треугольника на 39 см меньше второй и в 3 раза меньше третьей. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 189 см.

23. На рисунке $AE = DC$, $\angle BDE = \angle BED$, $\angle A = \angle C$. Докажите, что $\angle ABD = \angle CBE$.



24. На рисунке $AD = CF$, $\angle BAC = \angle DFE$, $\angle ACB = \angle EDF$. Докажите, что $\angle ABC = \angle DEF$.



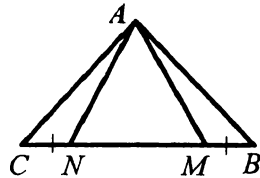
25. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 28 см, а основание на 8 см меньше боковой стороны.

26. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 22 см, а боковая сторона на 2 см больше основания.

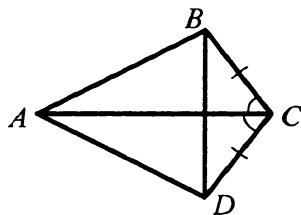
27. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 70 см, а основание в 2 раза меньше боковой стороны.

28. Найдите стороны равнобедренного треугольника, если его периметр равен 84 см, а основание в 3 раза меньше боковой стороны.

29. В равнобедренном треугольнике ABC на основании BC отложены равные отрезки BM и NC (рисунок). Докажите, что $AM = AN$.

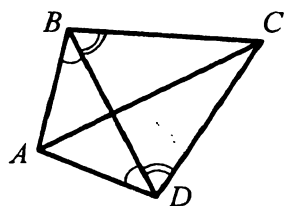


30. На рисунке $BC = CD$, $\angle ACB = \angle ACD$. Докажите, что $\triangle ABD$ – равнобедренный

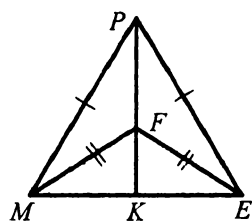


31. На рисунке $\angle ABD = \angle ADB$, $\angle CBD = \angle CDB$. Докажите, что треугольник ABC – равнобедренный.

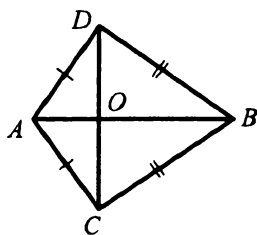
32. На рисунке $\angle ABD = \angle ADB$, $\angle CBD = \angle CDB$. Докажите, что $\triangle ABC = \triangle ADC$.



33. На рисунке $MP = PE$, $MF = FE$. Докажите, что $MK = KE$.



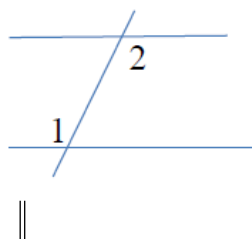
34. На рисунке $AD = AC$, $BD = BC$. Докажите, что $DO = CO$.



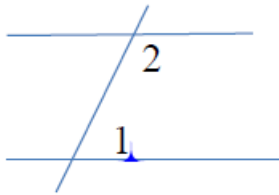
Глава 3. Параллельные прямые. Сумма углов треугольника

Задания обязательного уровня

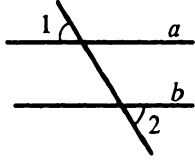
1. . Параллельные прямые а и в пересечены прямой с. Известно, что $\angle 1 = 130^\circ$. Найдите $\angle 2$.



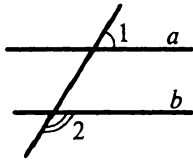
2. . Параллельные прямые а и в пересечены прямой с. Известно, что $\angle 2 = 110^\circ$. Найдите $\angle 1$.



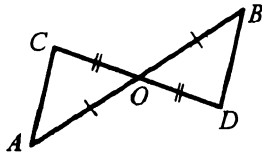
3. На рисунке $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что прямые a и b параллельны.



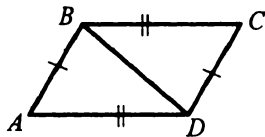
4. На рисунке $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$. Докажите, что прямые a и b параллельны.



5. Отрезки AB и CD пересекаются в точке O (рисунок), причем $OA = OB$, $OC = OD$.
Докажите, что $AC \parallel BD$



6. На рисунке $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что прямые c и d параллельны.



7. Найдите третий угол треугольника, если два его угла равны 31° и 24° .

8. Найдите третий угол треугольника, если два его угла равны 42° и 54° .

9. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 22° . Найдите углы при основании.

10. Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 84° . Найдите углы при основании.

11. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 29° . Найдите угол при вершине.

12. Угол при основании равнобедренного треугольника равен 40° . Найдите угол при вершине.

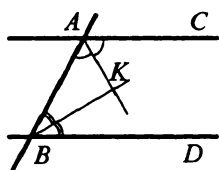
13. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если один из них на 20° больше другого.

14. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если один из них в два раза больше другого.

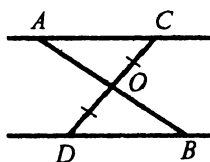
15. Может ли существовать треугольник со сторонами 3 см, 5 см и 8 см?
16. Может ли существовать треугольник со сторонами 1,3 дм, 3 дм и 1,8 дм?

Задания повышенного уровня

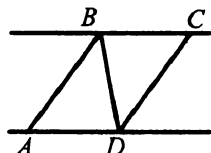
17. Отрезки AB и CE пересекаются в их середине O . Докажите, что $AC \parallel BE$.
18. Отрезки AB и CE пересекаются в их середине O . Докажите, что $AE \parallel BC$.
19. На рисунке $\angle CAK = \angle KAB$, $\angle ABK = \angle KBD$. Известно, что $\angle KAB + \angle ABK = 90^\circ$. Докажите, что $AC \parallel BD$



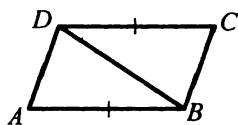
20. На рисунке $AC \parallel BD$ и $CO = OD$, Докажите, что $\triangle AOC = \triangle BOD$.



21. На рисунке $AB = CD$ и $BC = AD$. Докажите, что прямые BC и AD параллельны.



22. На рисунке $AB = CD$ и $AB \parallel CD$. Докажите, что $\triangle ADB = \triangle CBD$



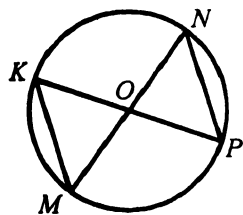
23. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при вершине на 18° больше, чем угол при основании.
24. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при основании на 36° больше угла при вершине.
25. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при основании в 2 раза больше угла при вершине.
26. Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при вершине в 3 раза больше угла при основании.
27. Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как $3 : 5 : 7$.
28. Найдите углы треугольника, если их градусные меры относятся как $3 : 4 : 5$.

29. В треугольнике ABC $\angle B = 110^\circ$, биссектрисы углов A и C пересекаются в точке O .
Найдите угол AOC .
30. В треугольнике ABC $\angle A = 106^\circ$, биссектрисы углов B и C пересекаются в точке O .
Найдите угол BOC .
31. Один из углов прямоугольного треугольника равен 60° , а сумма гипотенузы и меньшего катета равна 18 см. Найдите гипотенузу и меньший катет.
32. Один из углов прямоугольного треугольника равен 60° , а сумма гипотенузы и меньшего катета равна 42 см. Найдите гипотенузу и меньший катет.
33. В треугольнике ABC $\angle A = 48^\circ$, $\angle B = 39^\circ$. Найдите внешние углы, построенные по одному при каждой вершине.
34. В треугольнике $MEД$ $\angle M = 34^\circ$, $\angle D = 123^\circ$. Найдите внешние углы, построенные по одному при каждой вершине.

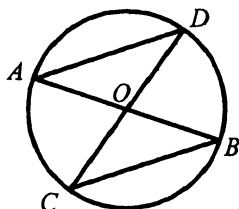
Глава 4. Окружность и круг. Геометрические построения.

Задания обязательного уровня

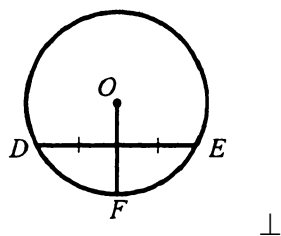
1. В окружности проведены диаметры KP и MN (см. рис), Докажите, что $MK = PN$.



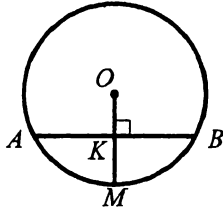
2. В окружности проведены диаметры AB и CD (см. рис), Докажите, что $AD \parallel BC$



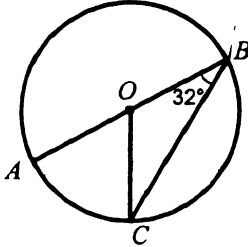
3. На рисунке радиус OF проходит через середину хорды DE . Докажите, что $OF \perp DE$.



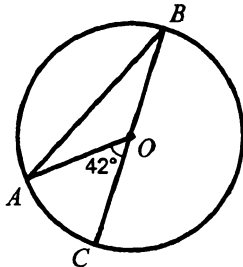
4. На рисунке радиус OM перпендикулярен хорде AB Докажите, что $AK = KB$.



5. На рисунке $\angle ABC = 32^\circ$, точка O – центр окружности. Найдите угол AOC .



6. На рисунке $\angle ABC = 42^\circ$, точка O – центр окружности. Найдите угол AOC .



7. Докажите, что равные хорды окружности равноудалены от ее центра.

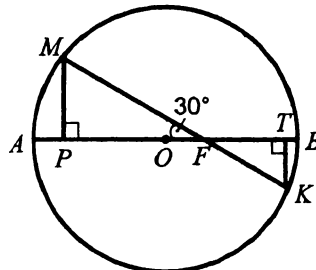
8. Докажите, что если хорды равноудалены от центра, то они равны.

9. Прямая касается окружности с центром O в точке B . На касательной по разные стороны от точки B отложены равные отрезки BA и BC . Докажите, что $OA = OB$.

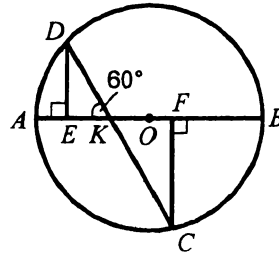
10. Прямая касается окружности с центром O в точке A . На касательной по разные стороны от точки A отметили точки B и C такие, что $OB = OC$. Докажите, что $BA = AC$.

Задания повышенного уровня

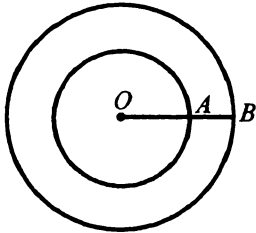
11. Хорда окружности MK пересекает ее диаметр AB в точке F (рис.), $\angle MFA = 30^\circ$, $MF = 14$ см, $FK = 8$ см. Найдите длины отрезков MP и KT .



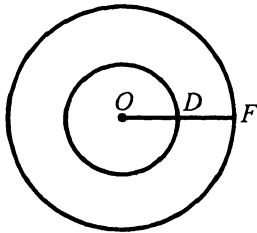
12. На рисунке хорда DC пересекает диаметр AB в точке K , $\angle DKA = 60^\circ$, $KE = 4$ см, $FK = 6$ см. Найдите длину хорды DC .



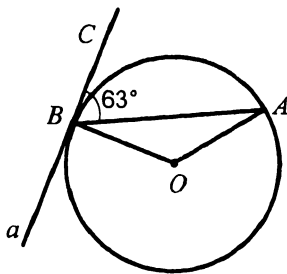
13. Две окружности имеют общий центр O (рис.). Их радиусы относятся как $9 : 5$, а $AB = 8$ см. Определите радиусы окружностей.



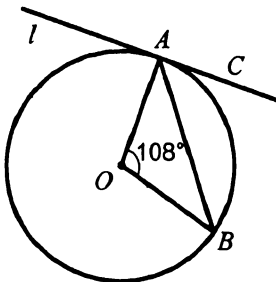
14. Две окружности имеют общий центр O (рис.). Сумма их радиусов равна 12 см, $DF = 6$ см. Определите радиусы окружностей.



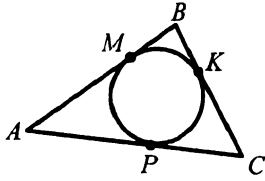
15. Прямая a касается окружности в точке B (рис.). Найдите угол AOB , где точка O – центр окружности, если $\angle ABC = 63^\circ$.



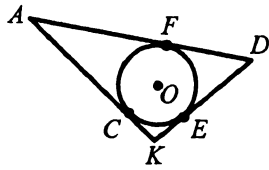
16. Прямая l касается окружности в точке A (рис.). Найдите угол BAC , если $\angle AOB = 108^\circ$, где точка O – центр окружности,



17. В треугольник ABC вписана окружность, касающаяся его сторон в точках M , K и P (рис.). Найдите сумму длин отрезков AM , BK и CP , если периметр треугольника ABC равен 16 см .



18. В треугольник AKD вписана окружность, касающаяся его сторон в точках C , F и E (рис.). Найдите периметр треугольника, если $AC + KE + DF = 14\text{ см}$.



19. Две окружности имеют внешнее касание. Расстояние между их центрами равно 22 см . Найдите радиусы окружностей, если они относятся как $4 : 7$.

20. Две окружности имеют внутреннее касание. Расстояние между их центрами равно 16 см . Найдите радиусы окружностей, если они относятся как $3 : 5$.