

## Задания на 2 балла

1.

Сократите дробь  $\frac{6^3 \cdot 9^6}{3^{15}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

2.

Сократите дробь  $\frac{6^{13}}{36^5 \cdot 3^3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

3.

Сократите дробь  $\frac{5^2 \cdot 100^n}{2^{2n} \cdot 5^{2n}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

4.

Сократите дробь  $\frac{2^2 \cdot 4^8}{16^5 \cdot 5^2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

## Модуль геометрия

1. Два острых угла прямоугольного треугольника относятся как 4:5. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

2. Разность углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна  $40^\circ$ . Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

3. Один угол параллелограмма в два раза больше другого. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.

4. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна  $140^\circ$ . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

5. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна  $220^\circ$ . Найдите меньший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

6. Найдите меньший угол равнобедренной трапеции, если два ее угла относятся как 1:2. Ответ дайте в градусах.

7. Сумма трех углов выпуклого четырехугольника равна  $300^\circ$ . Найдите четвертый угол. Ответ дайте в градусах.

8. В выпуклом четырехугольнике ABCD  $AB=BC$ ,  $AD=CD$ ,  $\angle B=60^\circ$ ,  $\angle D=110^\circ$ . Найдите угол A. Ответ дайте в градусах.

9. Углы выпуклого четырехугольника относятся как 1:2:3:4. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.

10. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $82^\circ$  и  $58^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

11. У треугольника со сторонами 15 и 5 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к первой стороне, равна 1. Чему равна высота, проведенная ко второй стороне?

12. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 36 и 39.

13. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 13, а основание равно 24. Найдите площадь этого треугольника.

14. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если сумма трех углов выпуклого четырехугольника равна  $200^\circ$ , то его четвертый угол равен  $160^\circ$ .
- 2) Диагонали параллелограмма равны.
- 3) Диагонали квадрата делят его углы пополам.
- 4) Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат.

15. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Диагонали ромба в точке пересечения делятся пополам.
- 2) Если средняя линия трапеции равна 5, то сумма ее оснований равна 10.
- 3) Если один из углов параллелограмма равен  $60^\circ$ , то противоположный ему угол равен  $120^\circ$ .
- 4) Сумма углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, не превосходит  $180^\circ$

16. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Сумма углов выпуклого четырехугольника равна  $180^\circ$ .
- 2) Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат.
- 3) Если в четырехугольнике две стороны параллельны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- 4) Если сумма трех углов выпуклого четырехугольника равна  $200^\circ$ , то его четвертый угол равен  $160^\circ$

17. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Диагонали параллелограмма делят его углы пополам.
- 2) Если в четырехугольнике две стороны параллельны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- 3) Диагонали параллелограмма равны.
- 4) Диагонали квадрата делят его углы пополам.

18. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $120^\circ$  и  $73^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

19. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $174^\circ$  и  $97^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.
20. Найдите периметр прямоугольного участка земли, площадь которого равна  $12500 \text{ м}^2$  и одна сторона в 5 раз больше другой. Ответ дайте в метрах.
21. Найдите периметр прямоугольного участка земли, площадь которого равна  $14700 \text{ м}^2$  и одна сторона в 3 раза больше другой. Ответ дайте в метрах.
22. Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 4 м и 9 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 10 см и 25 см. Сколько потребуется таких дощечек?
23. Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 3 м и 9 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 5 см и 30 см. Сколько потребуется таких дощечек?
24. Мальчик прошел от дома по направлению на восток 800 м. Затем повернул на север и прошел 600 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?
25. Девочка прошла от дома по направлению на запад 500 м. Затем повернула на север и прошла 300 м. После этого она повернула на восток и прошла еще 100 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказалась девочка?
26. Два парохода вышли из порта, следуя один на север, другой на запад. Скорости их равны соответственно 15 км/ч и 20 км/ч. Какое расстояние (в километрах) будет между ними через 2 часа?
27. В 60 м одна от другой растут две сосны. Высота одной 31 м, а другой – 6 м. Найдите расстояние (в метрах) между их верхушками.
28. Колесо имеет 18 спиц. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.
29. Какой угол (в градусах) описывает минутная стрелка за 10 мин?
30. Человек ростом 1,8 м стоит на расстоянии 12 м от столба, на котором висит фонарь на высоте 5,4 м. Найдите длину тени человека в метрах.
31. Лестницу длиной 3 м прислонили к дереву. На какой высоте (в метрах) находится верхний её конец, если нижний конец отстоит от ствола дерева на 1,8 м?
32. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 4, угол, лежащий напротив него, равен  $30^\circ$ , а гипотенуза равна 8. Найдите площадь треугольника.
33. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 5, острый угол, прилежащий к нему, равен  $60^\circ$ , а гипотенуза равна 10. Найдите площадь треугольника.
34. Одна из сторон параллелограмма равна 30, другая равна 9, а один из углов —  $45^\circ$ . Найдите площадь параллелограмма.

35. Одна из сторон параллелограмма равна 6, другая равна 27, а один из углов —  $60^\circ$ . Найдите площадь параллелограмма.
36. Одна из сторон параллелограмма равна 20, а опущенная на нее высота равна 23. Найдите площадь параллелограмма.
37. Одна из сторон параллелограмма равна 16, а опущенная на нее высота равна 25. Найдите площадь параллелограмма.
38. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 28 и 100.
39. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $153^\circ$  и  $146^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.
40. Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $73^\circ$  и  $76^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.
41. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 70, а один из острых углов равен  $45^\circ$ . Найдите площадь треугольника.
42. ABCDEFGH – правильный восьмиугольник. Найдите угол EFG. Ответ дайте в градусах.
43. Боковые стороны AB и CD трапеции ABCD равны соответственно 20 и 25, а основание BC равно 5. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.
44. В параллелограмме KLMN точка A — середина стороны LM. Известно, что  $KA=NA$ . Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.
45. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 25, а основание равно 30. Найдите площадь этого треугольника.
46. Биссектрисы углов A и D параллелограмма ABCD пересекаются в точке, лежащей на стороне BC. Найдите AB, если  $BC=34$ .
47. Точка O – центр окружности, на которой лежат точки P, Q и R таким образом, что OPQR – ромб. Найдите угол ORQ. Ответ дайте в градусах.
48. Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O. Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен  $60^\circ$ , а расстояние от точки A до точки O равно 8.
49. Биссектриса угла A параллелограмма ABCD пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр параллелограмма, если  $BK=7$ ,  $CK=12$ .
50. Найдите боковую сторону AB трапеции ABCD, если углы ABC и BCD равны соответственно  $30^\circ$  и  $120^\circ$ , а  $CD=25$ .
51. Около трапеции, один из углов которой равен  $49^\circ$ , описана окружность. Найдите остальные углы трапеции.

52. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $AB$ , если  $AF=12$ ,  $BF=5$ .
53. Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC=15^\circ$  и  $\angle OAB=8^\circ$ . Найдите угол  $BCO$ . Ответ дайте в градусах.
54. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 4, а острый угол, прилежащий к нему, равен  $45^\circ$ . Найдите площадь треугольника.
55. Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся как 3:4:11. Найдите радиус окружности, если меньшая из сторон равна 14.
56. Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон в точках  $M$ ,  $K$  и  $P$ . Найдите углы треугольника  $ABC$ , если углы треугольника  $MKP$  равны  $38^\circ$ ,  $78^\circ$  и  $64^\circ$ .
57. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой,  $AC=4$ ,  $\cos A=0,8$ . Найдите  $AB$ .
58. В трапеции  $ABCD$   $AD=3$ ,  $BC=1$ , а её площадь равна 12. Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
59. Найдите угол  $ABC$  равнобедренной трапеции  $ABCD$ , если диагональ  $AC$  образует с основанием  $AD$  и боковой стороной  $CD$  углы, равные  $30^\circ$  и  $80^\circ$  соответственно.
60. Укажите номера верных утверждений.  
1) Существует прямоугольник, который не является параллелограммом.  
2) Треугольник с углами  $40^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $70^\circ$  — равнобедренный.  
3) Если из точки  $M$  проведены две касательные к окружности и  $A$  и  $B$  — точки касания, то отрезки  $MA$  и  $MB$  равны.
61. Катеты прямоугольного треугольника равны 20 и 15. Найдите синус наименьшего угла этого треугольника.
62. Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром в точке  $O$ . Найдите градусную меру угла  $C$  треугольника  $ABC$ , если угол  $AOB$  равен  $27^\circ$ .
63. Диагональ прямоугольника образует угол  $50^\circ$  с одной из его сторон. Найдите угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.
64. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой,  $BC=4$ ,  $\sin A=0,8$ . Найдите  $AB$ .
65. Высота  $BH$  ромба  $ABCD$  делит его сторону  $AD$  на отрезки  $AH=5$  и  $HD=8$ . Найдите площадь ромба.
66. В трапеции  $ABCD$   $AB=CD$ ,  $\angle BDA=35^\circ$  и  $\angle BDC=58^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.
67. Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что треугольники  $MBC$  и  $MDA$  подобны.

68. Центральный угол  $\text{AOB}$  равен  $60^\circ$ . Найдите длину хорды  $AB$ , на которую он опирается, если радиус окружности равен 5.
69. В трапеции  $ABCD$  основание  $AD$  вдвое больше основания  $BC$  и вдвое больше боковой стороны  $CD$ . Угол  $\text{ADC}$  равен  $60^\circ$ , сторона  $AB$  равна 2. Найдите площадь трапеции.
70. Укажите номера верных утверждений.
- 1) Любой квадрат является ромбом.
  - 2) Против равных сторон треугольника лежат равные углы.
  - 3) Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.
71. Сторона ромба равна 22, а острый угол равен  $60^\circ$ . Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?
72. Окружность с центром на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  проходит через вершину  $C$  и касается прямой  $AB$  в точке  $B$ . Найдите  $AC$ , если диаметр окружности равен 5,25, а  $AB=9$ .
73. Найдите угол  $\text{ACO}$ , если его сторона  $CA$  касается окружности,  $O$  — центр окружности, а дуга  $AD$  окружности, заключённая внутри этого угла, равна  $130^\circ$ .
74. Основания трапеции относятся как 1:3. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?
75. Основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  равно 10. Окружность радиуса 7,5 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания  $AC$  в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .
76. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.
77. Центральный угол  $\text{AOB}$  опирается на хорду  $AB$  длиной 6. При этом угол  $\text{OAB}$  равен  $60^\circ$ . Найдите радиус окружности.
78. Касательные в точках  $A$  и  $B$  к окружности с центром  $O$  пересекаются под углом  $72^\circ$ . Найдите угол  $\text{ABO}$ . Ответ дайте в градусах.
79. Укажите номера верных утверждений.
- 1) Медиана равнобедренного треугольника, проведённая из вершины угла, противоположного основанию, делит этот угол пополам.
  - 2) Не существует прямоугольника, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
  - 3) В плоскости для точки, лежащей вне круга, расстояние до центра круга больше его радиуса.
80. В равностороннем треугольнике  $ABC$  точки  $M, N, K$  — середины сторон  $AB, BC, CA$  соответственно. Докажите, что  $\text{AMNK}$  — ромб.
81. В трапецию, сумма длин боковых сторон которой равна 16, вписана окружность. Найдите длину средней линии трапеции.

82. Окружности радиусов 25 и 100 касаются внешним образом. Точки А и В лежат на первой окружности, точки С и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми АВ и CD.

83. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 10, а угол, лежащий напротив него, равен  $45^\circ$ . Найдите площадь треугольника.

84. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Центр описанной окружности равнобедренного треугольника лежит на высоте, проведённой к основанию треугольника.
- 2) Квадрат является прямоугольником.
- 3) Сумма углов любого треугольника равна  $180^\circ$ .

85. Боковая сторона трапеции равна 3, а один из прилежащих к ней углов равен  $30^\circ$ . Найдите площадь трапеции, если её основания равны 3 и 9.

86. В равнобедренной трапеции основания равны 2 и 6, а один из углов между боковой стороной и основанием равен  $45^\circ$ . Найдите площадь трапеции.

87. Диагональ прямоугольника образует угол  $47^\circ$  с одной из его сторон. Найдите угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

88. В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{3}{5}$ , AC=4. Найдите AB.

89. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 1.

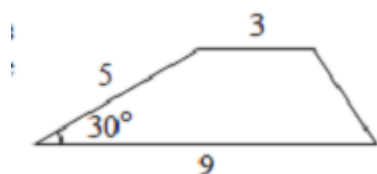
90. В параллелограмме ABCD точка M — середина стороны AB. Известно, что MC=MD. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

91. Диагональ AC параллелограмма ABCD образует с его сторонами углы, равные  $30^\circ$  и  $45^\circ$ . Найдите больший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

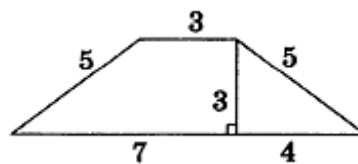
92. Найти площадь параллелограмма, изображенного на рисунке



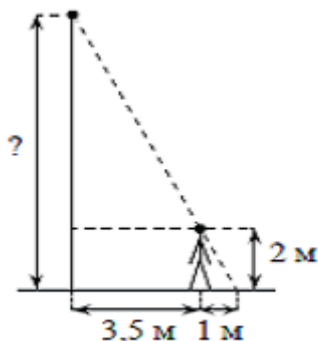
93. Боковая сторона трапеции равна 5, а один из прилежащих к ней углов равен  $30^\circ$ . Найдите площадь трапеции, если ее основания равны 3 и 9.



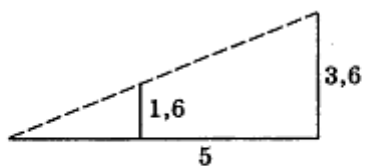
94. Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.



94. Человек, рост которого равен 2 м, стоит на расстоянии 3,5 м от уличного фонаря. При этом длина тени человека равна 1 м. Определите высоту фонаря ( в метрах)

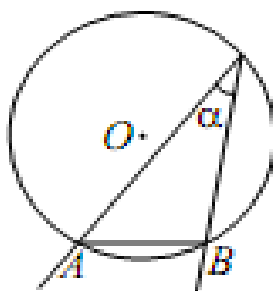


95. Человек ростом 1,6 м стоит на расстоянии 5 м от столба, на котором висит фонарь на высоте 3,6 м. Найдите длину тени человека в метрах.

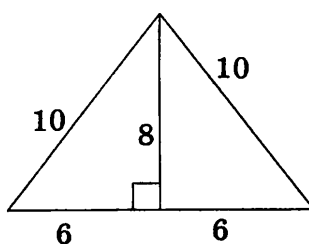


Ответ: \_\_\_\_\_

96. Найдите величину (в градусах) вписанного угла  $\alpha$ , опирающегося на хорду АВ, равную радиусу окружности.

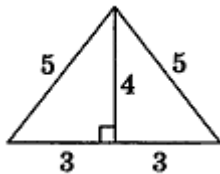


97. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.

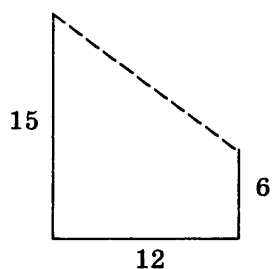




98. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.

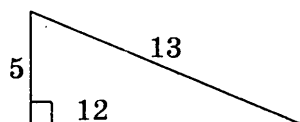


99. В 12м одна от другой растут две сосны. Высота одной 15м, а другой - 6м. Найдите расстояние ( в метрах) между их верхушками.



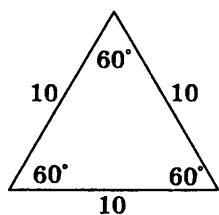
Ответ: \_\_\_\_\_

100. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.



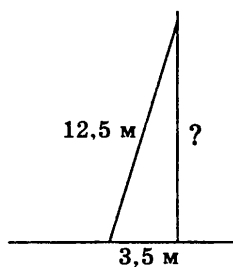
Ответ: \_\_\_\_\_

101. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке

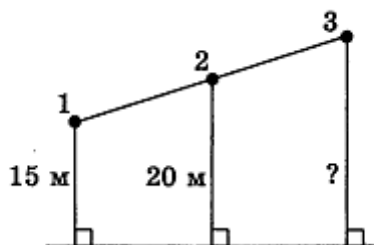


Ответ: \_\_\_\_\_

102. Лестница длиной 12,5м приставлена к стене так, что расстояние от ее нижнего конца до стены равно 3,5м. На какой высоте от земли находится верхний конец лестницы?

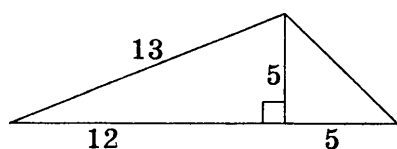


103. На одной прямой, на равном расстоянии друг от друга стоят три телеграфных столба. Первый и второй находятся от дороги на расстояниях 15 м и 20 м. Найдите расстояние от дороги, на котором находится третий столб.

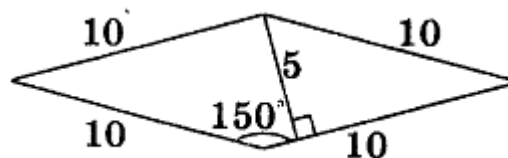


Ответ: \_\_\_\_\_

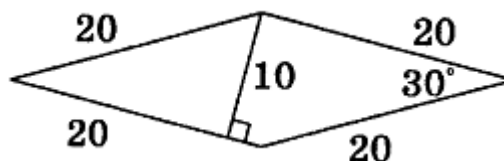
104. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке



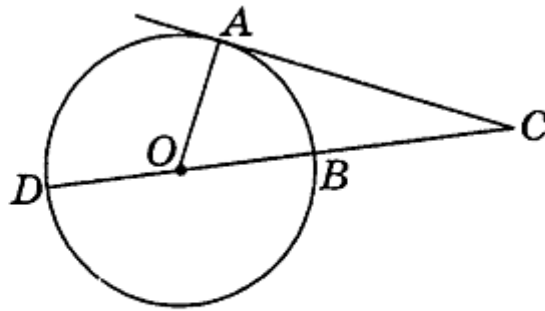
105. Найдите площадь ромба, изображенного на рисунке.



106. Найдите площадь ромба, изображенного на рисунке.

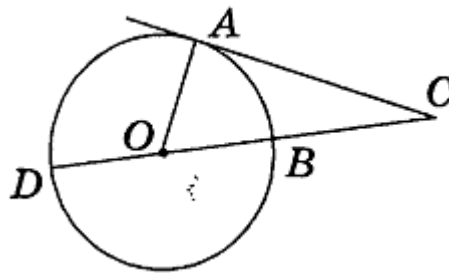


107. Найдите угол  $\angle ACD$ , если его сторона  $CA$  касается окружности, а дуга  $AD$  окружности, заключенная внутри этого угла, равна  $116^\circ$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

108. Угол  $ACD$  равен  $24^\circ$ . Его сторона  $CA$  касается окружности. Найдите градусную величину дуги  $AD$  окружности, заключенную внутри этого угла.



109. В треугольнике  $ABC$   $M$  - середина  $AB$ ,  $N$  - середина  $BC$ . Докажите подобие треугольников  $MBN$  и  $ABC$ .

110. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  проведены диагонали  $AC$  и  $BD$ . Докажите равенство площадей треугольников  $ABD$  и  $ACD$ .

111. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно  $4\text{см}$  и  $16\text{см}$ ,  $AC = 8\text{см}$ . Докажите, что треугольники  $BCA$  и  $CAD$  подобны.

112. Площадь ромба  $ABCD$  равна  $18$ . В треугольник  $ABD$  вписана окружность, которая касается стороны  $AB$  в точке  $K$ . Через точку  $K$  проведена прямая, параллельная диагонали  $AC$  и отсекающая от ромба треугольник площади  $1$ . Найдите синус угла  $BAC$ .